

METODE UPWIND DIFFERENCING UNTUK MODEL PERUBAHAN TEMPERATUR PADA ALAT PENDINGIN UDARA DARI PEMBANGKIT TENAGA DIESEL

ENDANG MAWARSIH

Dosen Fakultas Teknik Universitas Tidar Magelang

LINA ARYATI

Dosen FMIPA UGM Yogyakarta

ABSTRACT

The advection/convection equation had more application in engineering technical sector one of them is for analyzing the temperature exchange at charger air cooler model from diesel power plant. In this case the upwind differencing method was used to solve the numerical finite difference that was used to examine the stabilities methods and the certainly that iteration can be convergenced to fix constant value condition to speed up convergence by using values of dirichlet boundary condition as initial value from iteration. The fin with aluminium material at charger air cooler was for cooling air from iteration on 70% as natural. The turbulent flow was leaded from force of aerodynamics in the fin and air, as a result the air temperature reached the constant convergence.

Keywords : *engineering technical, differencing method, temperature.*

A. PENDAHULUAN

Persamaan differensial adveksi / konveksi dalam penggunaannya dapat diselesaikan dengan metode *upwind differencing* yang dalam analisisnya menggunakan metode numerik beda hingga (*Finite Difference Methods*). Dalam hal ini digunakan metode iterasi yang akan mengkaji stabilitas metode serta hal yang menjamin iterasi dapat konvergen dengan memanfaatkan nilai-nilai pada syarat batas sebagai tebakan pada awal iterasi, salah satunya adalah menganalisa perubahan temperatur yang terjadi pada alat pendingin dari pembangkit tenaga diesel (*Diesel Power plant*).

Dalam penelitian domain persamaan diferensial adveksi/konveksi adalah segiempat yang merupakan ruang atur (*control volumes*) dan perpindahan kalor antara air dan udara berbeda arah. Bahan yang digunakan untuk konstruksi ruang atur alat pendingin udara (*charger air cooler*) dari pembangkit tenaga diesel adalah besi tuang (*baja/steel*), sirip di dalam pendingin air (*water cooler*) berbahan aluminium, sedangkan katup masuk dan keluar aliran air dan udara berbahan kuningan. Sirip di dalam alat pendingin udara akan mendinginkan secara natural alami oleh adanya gaya aerodinamika yaitu merupakan benturan sirip dengan udara menimbulkan aliran berputar (*turbulent flow*) berakibat mendinginkan udara dan air secara bersama-sama.

Data yang digunakan dari data harian alat pendingin udara (*charger air cooler*) dengan berat 785 kg berukuran panjang 4m, lebar 2m, tinggi 2m pada Pembangkit Listrik Tenaga Diesel (PLTD) Sebrang Barito, PT. EPU Unit Banjarmasin Kalimantan Selatan berdaya 40 MW. Data diperoleh selama 5 hari tanggal 3 s/d 7 Oktober 2010 dalam periode setiap jam dari satu unit mesin yang

operasional dari jumlah 4 unit mesin. Pada PLTD Sebrang Barito menggunakan bahan bakar MFO (*Marine Fuel Oil*) dan untuk pendinginan alat pendingin udara digunakan sistem pendinginan dengan sarana air mentah/tawar (pendinginan pertukaran panas) tipe sirkulasi dengan air didinginkan kembali pada menara pendingin yang dilengkapi kipas dan bak penampung air tawar (*welt-bulb*). Air dimaksud adalah air yang teratur dan kontinu tidak terputus-putus. Karena PLTD Sebrang Barito berlokasi di lahan dekat Sungai Barito, maka dapat dipastikan kebutuhan air dipenuhi secara kontinu untuk pendinginan pada alat pendingin udara.

Selanjutnya untuk kepentingan agar mendapatkan tipe air yang ideal memenuhi syarat yaitu air yang tidak mengkorosi permukaan pendingin dan tidak meninggalkan deposit yang akan merusak kinerja pertukaran panas, maka terlebih dahulu air tawar dari sungai Barito diadakan pengolahan (*water treatment*) sebelum masuk bak penampungan (*welt-bulb*) dengan memasang alat distilasi (penyuling) yang bertujuan mengolah air sungai Barito yang sering kotor setelah hujan lebat, menjadi air tawar yang distandarkan dengan pH tertentu disesuaikan dengan yang diinginkan yaitu antara pH 7-8 dan debit diperthankan konstan.

Penulis menggunakan bentuk penelitian diskriptif, yaitu hanya melakukan pengolahan dan analisa data dengan metode iterasi numerik untuk memprediksi udara keluar dari alat pendingin udara (*charger air cooler*) berhasil mencapai konvergen.

Dalam menganalisa data, langkah yang dilakukan adalah :

1. Menentukan rata-rata perhari dari pengamatan tiap periode satu jam dari masing-masing Temperatur air dan udara masuk dan keluar, Tekanan air pada pendingin air, tekanan udara masuk dan di dalam pendingin udara. Kemudian dari hasil

masing-masing tersebut ditentukan rata-rata selama lima hari pengamatan, sehingga memperoleh satu nilai tertentu sebagai data, selanjutnya menghitung kecepatan air dan udara.

2. Pembuatan model Persamaan Adveksi / konveksi dari air dan udara yang merupakan model perpindahan panas dua fluida berbeda arah (*air-water counter current heat exchanger*) kemudian diselesaikan dengan metode beda hingga upwind mundur (*backward difference*) untuk air dan maju (*forward difference*) untuk udara. Batas awal adalah air masuk dan udara masuk. Jumlah iterasi ditentukan oleh perubahan waktu yang dipilih nilai-nilai syarat batas sebagai tebakan awal iterasi diharapkan akan meningkatkan akurasi numerik dan mempercepat konvergensi melalui iterasi numerik untuk mendapatkan konvergensi dari perubahan Temperatur pada alat pendingin udara tersebut.

Memastikan bahwa stabilitas metode dipenuhi dengan membuktikan syarat perlu dengan metode *Corant Friedrichs Lewy* (CFL) dan syarat cukup dengan metode stabilitas Von Neumann. Pada iterasi keberhasilan diukur berdasar kriteria konvergensi dengan mencapai penyimpangan yang mendekati nol yang dibuktikan dengan kriteria stabilitas yaitu kondisi perlu dan cukup agar diperoleh solusi konvergen dan konsistensi yang merupakan kondisi ideal yaitu metode beda hingga pada solusi hampiran sesuai dengan solusi model persamaan Adveksi/konveksi.

Hasil iterasi numerik akan menunjukkan nilai konvergensi yang sesuai dan dipertahankan konstan. Kemudian dievaluasi proses perhitungan yang terjadi untuk dianalisa dan diambil kesimpulan perihal jaminan kecocokan model pada kasusnya dan

ketepatan penggunaan metode untuk mencapai konvergensi serta hal lain yang muncul diluar perkiraan awal.

B. LANDASAN TEORI

2.1. Diferensi Numerik

Syarat batas adalah syarat yang diberikan pada batas domain. Misalkan fungsi u adalah fungsi yang tergantung variabel bebas x dan y yaitu $u(x,y)$, maka bentuk umum syarat batas adalah:

$$Pu + Q \frac{\partial u}{\partial n} = G,$$

dengan n adalah vektor normal ke arah luar, serta P dan Q adalah bilangan konstan.

Pada domain empat persegi panjang $R = \{(x,y) \mid a \leq x \leq b, c < y < d\}$ dengan himpunan titik pada batas R adalah ∂R , terdapat tiga tipe syarat batas yaitu :

1. Syarat Batas Dirichlet $u(x,y) = r(x,y)$,
pada ∂R
2. Syarat Batas Neumann $\frac{\partial u}{\partial n}(x,y) = r(x,y)$,
pada ∂R
3. Syarat Batas Robin $\alpha(x,y)u(x,y) + \beta(x,y)\frac{\partial u}{\partial n}(x,y) = r(x,y)$, pada ∂R .

Tipe beda hingga ada tiga yaitu,

1. Beda Maju (*Forward Difference*) $f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$.
2. Beda Mundur (*Backward Difference*) $f'(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}$.
3. Beda Tengah (*Central Difference*) $f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{h^2}$.

Persamaan adveksi/konveksi sering digunakan sebagai model dari persoalan hukum kekekalan (*conservation law*). Andai zat cair / gas mengalir sepanjang sumbu x , dan $u(x, t)$ adalah temperatur yang tergantung pada ruang x dan waktu t . Di dalam volume atur keseimbangan antara aliran fluida masuk dan keluar volume kecil mendekati tak berhingga. Laju perubahan dari $u(x, t)$ diantara volume tersebut. Maka persamaan Adveksi/konveksi ditunjukkan,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(x, t, u) \frac{\partial u}{\partial x} = g(x, t, u) \quad (2.1.1)$$

dengan $a(x, t, u)$ adalah kecepatan (*velocity*) aliran dan $g(x, t, u)$ adalah nilai rata-rata perubahan dari nilai fluida masuk dan keluar.

Jika $a(x, t, u) = a$ konstan dan $g(x, t, u) = 0$, maka persamaan (2.1.1) membentuk PD linear dan mempunyai solusi eksak, sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Jika syarat awal (SA) $u(x, 0) = u_0(x)$ maka diperoleh solusi eksak $u(x, t) = u_0(x - at)$, dengan persamaan karakteristik $x - at = \tau$.

Jika $u(x, t)$ solusi persamaan (2.1.1) dan diketahui Δx adalah panjang sub interval u_x , Δt adalah panjang sub interval t dan $t_n = n \Delta t$, serta $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, Persamaan (2.1.1) diselesaikan dengan syarat untuk,

(i) $a_j^n > 0$

Karakteristik melalui (x_j, t_n) bergeser ke kanan, maka digunakan rumus beda mundur (*Backward difference formula*) untuk $\partial u / \partial x$

$$\frac{w_j^{n+1} - w_j^n}{\Delta t} + a_j^n \left(\frac{w_j^n - w_{j-1}^n}{\Delta x} \right) = g_j^n$$

$$\Leftrightarrow w_j^{n+1} = (1 - \lambda) w_j^n + \lambda w_{j-1}^n + \Delta t g_j^n \quad \text{dengan}$$

$$\lambda = a_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x}.$$

(ii) $a_j^n < 0$

Karakteristik melalui (x_j, t_n) bergeser ke kiri, maka digunakan rumus beda maju (*Forward difference formula*) untuk $\partial u / \partial x$

$$\frac{w_j^{n+1} - w_j^n}{\Delta t} + a_j^n \left(\frac{w_{j+1}^n - w_j^n}{\Delta x} \right) = g_j^n$$

$$\Leftrightarrow w_j^{n+1} = (1 + \lambda) w_j^n - \lambda w_{j+1}^n + \Delta t g_j^n \quad \text{dengan dengan}$$

$$\lambda = a_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

Analisis Stabilitas Metode Upwind Differencing

Metode *Upwind differencing* stabil jika dan hanya jika $|\lambda| \leq 1$. Keberhasilan iterasi diukur berdasar kriteria konvergen dan dibuktikan dengan stabilitas dan konsistensi. Untuk membuktikan hal kestabilan tersebut, maka harus dibuktikan dengan menggunakan:

a. Syarat Corant Friendrichs Lewy (CFL)

Syarat *Corant Friendrichs Lewy* (CFL) merupakan syarat perlu untuk kestabilan Beda Hingga Upwind yaitu $|\lambda| \leq 1$.

Perhatikan persamaan (2.1.1) dengan asumsi $g(x, t, u) = 0$ dan dengan syarat awal (SA) $u(x, 0) = u_0(x)$, maka Solusi eksaknya yaitu $u(x, t) = u_0(x - at)$.

Skema beda hingga Upwind,

$$\text{Backward} \quad w_j^{n+1} = (1 - \lambda)w_j^n + \lambda w_{j-1}^n + \Delta t g_j^n, \quad a_j^n > 0$$

(2.1.2)

$$\text{Forward} \quad w_j^{n+1} = (1 + \lambda)w_j^n - \lambda w_{j+1}^n + \Delta t g_j^n, \quad a_j^n < 0$$

dengan $\lambda = a_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x}$. diperoleh:

(i) Kasus $a_j^n > 0$, jika $a_j^n = a$ konstan

$$w_j^{n+1} - w_j^n + \lambda(w_j^n - w_{j-1}^n) = \Delta t g_j^n$$

Jika $w_j^{n+1} \approx u_j^{n+1} = u(x_j, t_{n+1})$ dan g_j^n dianggap tidak berpengaruh,

$$\text{diperoleh } x_{j-1} \leq x_j - a\Delta t \leq x_j \Leftrightarrow \Delta x \geq a\Delta t \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq a \frac{\Delta t}{\Delta x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \lambda \leq 1$$

(ii) Kasus $a_j^n < 0$, jika $a_j^n = a$ konstan

$$w_j^{n+1} - w_j^n + \lambda(w_{j+1}^n - w_j^n) = \Delta t g_j^n$$

Jika $w_j^{n+1} \approx u_j^{n+1} = u(x_j, t_{n+1})$ dan g_j^n dianggap tidak berpengaruh,

$$\text{maka } x_j \leq x_j - a \Delta t \leq x_{j+1} \Leftrightarrow 0 \leq -a \Delta t \leq \Delta x \Leftrightarrow 0 \leq -\lambda \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \lambda \leq 0$$

Dari (a) dan (b) diperoleh $-1 \leq \lambda \leq 1$ berarti $|\lambda| \leq 1$ dengan $\lambda = a \frac{\Delta t}{\Delta x}$ yaitu Δx sebarang dan Δt cukup kecil sehingga syarat perlu dipenuhi metode beda hingga upwind difference stabil, maka $|\lambda| \leq 1$.

b. Syarat Analisis Stabilitas Von Neumann

Di dalam mencapai stabilitas *upwind difference* harus memenuhi syarat $|\lambda| \leq 1$ dengan $\lambda = \frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ dengan Δx sebarang dan Δt cukup kecil. Hal ini dibuktikan dengan analisis stabilitas Von Neumann yang merupakan syarat cukup untuk mengetahui kestabilan metode Beda Hingga Upwind yaitu dengan menunjukkan $|r| = rr \leq 1$ maka $|\lambda| \leq 1$ dimana r amplitudo sehingga Δt yang cukup kecil yang diijinkan adalah $\Delta t \leq \Delta t$ maksimum yang

besarnya ditentukan,

$$\Delta t \text{ maks} = \frac{\Delta x}{\text{maks}|a_j^n|}$$

Pembuktian dengan menstutitusikan Fourier diskrit $(w_j^n) = r^n e^{ij(k\Delta x)}$ (2.1.3)

dengan k adalah bilangan gelombang, yang dibedakan dua kasus yaitu .

(i). Kasus $a_j^n > 0$

Perhatikan Persamaan (2.1.1) dengan model beda hingga upwind (2.1.2)

Jika w_j^n dianggap $\Delta t g_j^n = 0$ yang tidak berpengaruh pada stabilitas model, diperoleh model beda hingga upwind

$$w_j^{n+1} - w_j^n + \lambda w_j^n - \lambda w_{j-1}^n = 0$$

dan Persamaan (2.1.3) disubstitusikan, sehingga diperoleh

$$r^{n+1} e^{ij(k\Delta x)} - r^n e^{ij(k\Delta x)} + \lambda r^n e^{ij(k\Delta x)} - \lambda r^n e^{i(j-1)(k\Delta x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow r = [(1-\lambda) + \lambda \cos(k\Delta x)] - i(\lambda \sin(k\Delta x)) \quad (2.1.4)$$

Karena r merupakan bilangan kompleks, maka terdapat \bar{r} dan $-1 \leq \bar{r} \leq 1$

$$\bar{r} = [(1-\lambda) + \lambda \cos(k\Delta x)] + i \lambda \sin(k\Delta x)$$

$$\text{maka } |r| = r\bar{r} = 1 - 2\lambda(1-\lambda)(1-\cos(k\Delta x)) \Leftrightarrow r\bar{r} = 1 - 4\lambda(1-\lambda)\sin^2 \frac{k\Delta x}{2}$$

Diketahui syarat $r\bar{r} \leq 1$, maka $1 - 4\lambda(1-\lambda) > 0 \Leftrightarrow 1 - \lambda \geq 0 \Leftrightarrow \lambda \leq 1$

Jadi $\lambda \leq 1$ maka $|r| = r\bar{r} \leq 1$

Berarti $|\lambda| \leq 1$ maka stabilitas Upwind beda hingga dipenuhi.

(ii) Kasus $a_j^n < 0$

Perhatikan Persamaan (2.1.1) dengan model beda hingga upwind (2.1.2)

Jika dianggap $\Delta t \ g_j^n = 0$ yang tidak berpengaruh pada stabilitas upwind, diperoleh model beda hingga upwind

$$w_j^{n+1} - w_j^n + \lambda w_{j+1}^n - \lambda w_j^n = 0$$

dan Persamaan (2.1.3) disubstitusikan, sehingga diperoleh

$$r^{n+1} e^{ij(k\Delta x)} - r^n e^{ij(k\Delta x)} + \lambda r^n e^{i(j+1)(k\Delta x)} - \lambda r^n e^{ij(k\Delta x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow r = [(1+\lambda) - \lambda \cos(k\Delta x)] + i(\lambda \sin(k\Delta x))$$

Karena r merupakan bilangan kompleks, maka terdapat \bar{r} dan $-1 \leq \bar{r} \leq 1$.

$$\bar{r} = [(1+\lambda) - \lambda \cos(k\Delta x)] - i(\lambda \sin(k\Delta x))$$

diperoleh,

$$|r| = r\bar{r} = 1 + 2\lambda(1+\lambda) + (1 - \cos(k\Delta x)) \Leftrightarrow r\bar{r} = 1 + 4\lambda(1+\lambda) \sin^2\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)$$

Diketahui syarat $r\bar{r} \leq 1$, maka $1 + 4\lambda(1+\lambda) > 0 \Leftrightarrow 4\lambda \geq 0 \Leftrightarrow \lambda \geq -1$

Jadi $\lambda \geq -1$ maka $|r| = r\bar{r}$ berarti $-\lambda \leq 1$ maka $|r| = r\bar{r} \leq 1$

Berarti $|\lambda| \leq 1$ maka Upwind beda hingga stabil dipenuhi.

2.2. Mesin Pembangkit Listrik Tenaga Diesel

Pembangkit Listrik Tenaga Diesel atau PLTD adalah suatu stasiun pembangkit tenaga, dimana sebagai penggerak mulanya adalah sebuah mesin diesel yang mendapat energi dari bahan bakar cair yang dikenal sebagai minyak solar HSD (*High Speed Diesel*) atau MFO (*Marine Fuel Oil*) dan merubah energi tersebut menjadi

energi mekanik dan dirangkai dengan sebuah generator untuk mengubah energi mekanik dari mesin diesel menjadi energi listrik.

Termodinamika adalah ilmu pengetahuan mengenai panas dan mengenai sifat zat yang berhubungan dengan panas. Suatu sistem termodinamika didefinisikan sebagai suatu kumpulan zat yang memiliki massa yang tetap dan tertentu, yang dibatasi oleh suatu permukaan tertutup. Batas sistem ini dapat berupa sesuatu yang bergerak atau tetap misal gas di dalam suatu silinder volume tetap yang mengadakan pertukaran energi dengan sistem lain. Jika tidak mengadakan pertukaran energi maka merupakan sistem terisolasi dan apabila di setiap titik dalam sistem mempunyai suhu dan tekanan sama maka dikatakan ada kesetimbangan termodinamik.

Panas adalah energi yang berpindah karena perbedaan suhu. Temperatur adalah sifat dari zat, apabila temperatur suatu benda lebih tinggi dari benda kedua, perpindahan energi sebagai panas berlangsung dari benda pertama ke benda kedua. Temperatur hanya dapat didefinisikan untuk suatu benda dalam kesetimbangan. Panas dinyatakan negatif jika keluar dari suatu sistem dan positif jika sebaliknya.

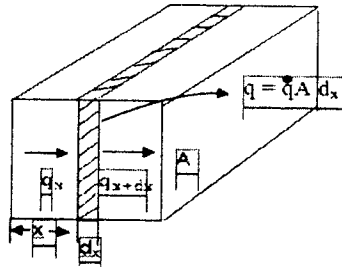
Bagian mesin yang dialiri fluida secara kontinu sebagai contoh alat pendingin udara (*charger air cooler*) dalam konsep volume tetap untuk menghitung perubahan energi harus dilakukan pemilihan syarat batas yang tepat. Pada saat t_0 merupakan konfigurasi awal fluida dan berubah bentuk setelah $t = t_0 + dt$.

Perpindahan kalor (*heat transfer*) merupakan energi yang terjadi karena perbedaan suhu diantara benda atau material yang dibedakan menjadi tiga, yaitu konduksi (hantaran), konveksi (aliran) dan radiasi (sinaran).

Perpindahan energi konduksi adalah perpindahan energi dari suhu tinggi ke suhu rendah pada suatu benda yang menyebabkan terdapat perubahan suhu (gradient suhu) dengan laju perpindahan panas sebesar $q = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$ (2.2.1)

dengan T temperatur, $\frac{\partial T}{\partial x}$ gradient suhu ke arah perpindahan kalor, k adalah konduktivitas, A luas penampang. Tanda minus menunjukkan bahwa kalor mengalir ke tempat yang bersuhu lebih rendah dan jika suhu tidak berubah menurut waktu disebut sistem keadaan tunak (*steady state*). Pada setiap perubahan dapat dibuat kesetimbangan energi dengan menghitung kuantitas-kuantitas energi yaitu energi di sisi kiri ditambah energi dalam sama dengan perubahan energi ditambah energi keluar sisi kanan, diperoleh

$$-kA \frac{\partial T}{\partial x} + \dot{q} A dx = \rho c A \frac{\partial T}{\partial x} dx - A \left[k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) \right] \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.2.2)$$



Gambar 2.1. Volume unsur untuk analisis konduksi kalor

dengan \dot{q} energi dibangkitkan dalam unsur, C kalor spesifik bahan dan ρ densitas.

Perpindahan panas konveksi adalah perpindahan panas yang

disertai dengan perpindahan zat perantaranya yang terjadi melalui aliran zat. Pada masing-masing zat mempunyai suhu T maka persamaan perpindahan panas konveksi menggunakan persamaan pendinginan

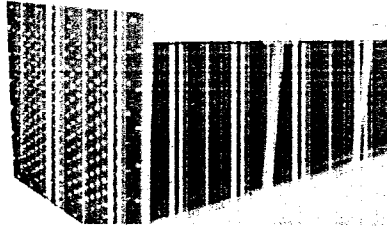
$$q = hA(T_w - T_\infty)$$

dengan q laju perpindahan panas, $T_w - T_\infty$ adalah beda suhu, A luas permukaan, h adalah koefisien perpindahan panas konveksi.

2.3. Turbocharger Dan Pendingin Udara

Sistem pendingin udara mensuplai mesin dengan udara pembakaran yang bersih. Udara melewati filter dan peredam sebelum masuk ke *turbocharger*, dialirkan ke mesin dengan terlebih dahulu di kompresi pada pendingin udara hingga pada suhu konstan sistem pendinginan dengan sarana pendingin air jika tipe sirkulasi dengan air dingin maka kembali pada menara pendingin, maka harus dipilih kuantitas air yang tidak mengkorosi permukaan alat pendingin dan tidak meninggalkan deposit yang akan merusak kinerja pertukaran panas.

Pendingin udara charge (*charger air cooler*) yang berjenis swaduluny dengan sirip untuk menghasilkan pendingin udara yang lebih efisiensi. Air pendingin bersirkulasi di dalam tabung, sementara udara charge lewat diantara sirip pada bagian luar tabung. Pada sirip dan udara yang bergerak bekerja gaya aerodinamika yang merupakan gaya turbulen berupa hembusan udara sebagai angin dari depan membentuk pusaran udara di sekitar sirip dengan secara natural alami mendinginkan air dan udara itu sendiri di dalam alat pendingin secara bersama-sama.



Gambar 2.2. Visual *Charger air cooler*

C. ANALISIS DAN PENYELESAIAN MASALAH

1. Diskripsi Masalah

Sebuah alat pendingin udara pada pembangkit tenaga diesel (*charger air cooler*) terbuat dari baja tuang, merupakan ruang atur (*control volume*) dengan ukuran panjang x lebar x tinggi = 4 m x 2 m x 2 m yang dibagi dalam dua bagian ruang atur yang sama ukuran 4 m x 2 m x 1 m untuk air dan udara. Penyekatan dilakukan sedemikian sehingga temperatur lingkungan (*ambient temperatur*) tidak mempengaruhi temperatur ruang atur. Di dalam alat pendingin udara terdapat sirip yang terbuat dari bahan aluminium yang secara natural alami bersama-sama mendinginkan air dan udara oleh gaya turbulen akibat gaya aerodinamika. Selanjutnya dalam permasalahan ini akan ditentukan temperatur steady state pada alat pendingin udara terjadi perpindahan kalor diantara fluida air dan udara yang merupakan proses konveksi.

Penyelesaian permasalahan model digunakan Persamaan Diferensial Parsial Adveksi/konveksi dengan metode penyelesaian Beda Hingga Upwind (*Upwind Differencing Method*) dengan iterasi numerik.

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + a(x,t,u) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = g(x,t,u)$$

dengan domain $D = \{(x,t) / 0 \leq x \leq 4, t \geq 0\}$, akan digunakan untuk menyelesaikan perubahan panas pada aliran udara dari pembangkit tenaga diesel dengan mengolah data yang disajikan dari mesin dua yang siap operasi dari empat mesin yang ada. Pengamatan diambil lima hari dalam periode waktu 60 menit selama 24 jam yang diambil rata-rata.

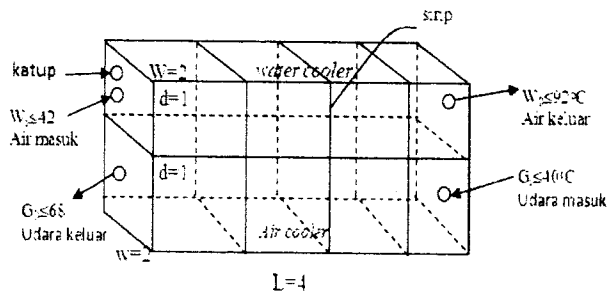
TABEL DATA MESIN – 2

TGL	n_1 RD water system Barom	n_2 Cylinder C water Temperature	P_1 Cylinder C water pressure	V_{a1} Kecepatan air	n_3 T. turbo charger after turbine A - B	P_2 Baterai pressure	n_4 T. Charger Air Temperature	P_3 Charger air pressure	V_{a2} Kecepatan udara gas
13 10 2013	36.122	65.678	1.85		386	14.5	49.673	1.8	
14 10 2013	36.041	65.687	1		376	14.7	51.413	1.82	
15 10 2013	36.335	67.571	1		350	14.7	51.268	1.84	
16 10 2013	36	67.129	1		368	14.9	51.438	2.1	
17 10 2013	36.208	65.127	1.48		360	15.2	51.037	2.2	
18 10 2013	36.475	65.671	14.63		1620.5	15.4	51.429	5.55	
19 10 2013	36.941 n 38	66.114 n 47	1.86 n 1	1.4	354	14.8	50.806 n 41	1.89	1.2
20 10 2013	42	65	1.5		480	15	58	2.4	
21 10 2013	-	65	-	-	-	11.5	70	2.7	
22 10 2013	-	65.10	2.4	-	-	15.50	55.65	3.4	
23 10 2013	10	10	10	10	10	10	10	10	

2. Model Persamaan Adveksi/Konveksi Pada Pemodelan Alat Pendingin Udara Dari Pembangkit Tenaga Diesel

Membentuk suatu model perpindahan panas pada aliran udara (*gas*) dan air (*water*) yang berbeda arah digunakan pada alat pendingin udara (*charger air cooler*) pada pembangkit tenaga diesel. Pembatasan masalah bahwa panas ditransfer dari udara ke air dengan perpindahan panas konveksi secara menyeluruh. Penurunan temperatur secara natural alami air dan udara oleh gaya turbulen pada sirip dan udara akibat gaya aerodinamika sehingga temperatur menjadi konstan dan kecil, tidak dibahas di sini.

Prinsip Kekekalan Energi yaitu laju perubahan dan banyak panas pada cairan harus sama dengan aliran panas masuk dikurangi aliran panas keluar. Untuk pendekatan diasumsikan materi panas volume atur dan fluida adalah homogen, volume atur diasumsikan sempurna sepanjang sisi luas permukaan dan aliran panas dari kiri ke kanan. Visualisasi alat pendingin udara sebagai volume atur dan sistem koordinat $x=0$ pada air masuk W_i .



Fluks panas $q(x,t)$ adalah laju kecepatan energi panas yang dibawa di antara aliran fluida dalam pemodelan ini air dan udara, diformulasikan

$$|q(x,t)| = \lim_{\substack{\Delta S \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\text{Besarnya perlintasan melalui } \Delta S \text{ pada waktu } [t, t+\Delta t]}{\Delta S \cdot \Delta t}$$

$$\text{Panas yang timbul } Q(x,t,\Delta S,\Delta t) \approx |q(x,t)| \Delta S \Delta t \quad (3.2.1)$$

Untuk menghitung fluks aliran pada (x,t) yaitu dengan memperhatikan satu bagian kecil permukaan $\Delta S = wd$ dengan w lebar dan d tinggi normal ke kecepatan air $V_w(x,t)$ dan ke kecepatan udara $V_g(x,t)$. Banyak panas melalui ΔS pada $[t, t+\Delta t]$ merupakan besaran quantities pada saat t , dan tinggi air $|V_w| \Delta t$, serta tinggi udara $|V_g| \Delta t$, ρ adalah besar masa densitas air / udara, diperoleh Fluks panas pada suatu lokasi diantara aliran air,

$$q_w = \rho C_{p_w} \cdot w \cdot d \cdot V_w \cdot W(x,t) \quad (3.2.2)$$

Fluks panas pada suatu lokasi diantara aliran udara $q_g = \rho C_{p_g} \cdot w \cdot d \cdot V_g \cdot G(x,t)$

Hukum Dasar Termodinamika

Hukum Termodinamika Pertama menetapkan adanya suatu equivalensi antara panas dan kerja yang menyatakan sewaktu proses berlangsung terdapat keseimbangan energi. Disebutkan bahwa Energi tidak dapat dimusnahkan tetapi hanya dapat diubah dari suatu bentuk energi ke bentuk energi lain. Panas adalah energi yang berpindah dari sistem ke lingkungan atau sebaliknya karena adanya perbedaan temperatur.

Perubahan panas ΔQ pada air dan udara dengan massa m dan perubahan temperatur ΔW dan ΔG , serta kalor jenis C_p ditunjukkan,

$$\Delta Q_w = C_{p_w} \cdot m_w \cdot \Delta W \quad \text{dan} \quad \Delta Q_g = C_{p_g} \cdot m_g \cdot \Delta G \quad (3.2.3)$$

Jika diasumsikan masing-masing Q saling menormalisasikan dengan W dan G , maka kuantitas panas $Q_w = C_{p_w} \cdot m_w \cdot (W_o - W_i)$ dan $Q_g = -C_{p_g} \cdot m_g \cdot (G_o - G_i)$

Diketahui ρ air = ρ udara, diperoleh (3.2.4)

$$m_w = \rho \cdot w \cdot d = \rho \cdot A \quad \text{dan} \quad m_g = \rho$$

Suatu pendekatan pemodelan dengan W (temperatur air), G (temperatur udara), ρ (kerapatan), C (kalor jenis), h (koefisien transfer panas) dengan elemen ruang atur diantara x dan $(x + \Delta x)$ sehingga dibentuk persamaan kekekalan energi.

Diketahui volume elemen = $A \Delta x = w \cdot d \cdot \Delta x$ dengan w lebar dan d

tinggi, dan massa $m = \rho \cdot A \cdot \Delta x$. Pada alat pendingin udara sebagai ruang atur diketahui gravitasi adalah $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, kerapatan air dan udara $\rho = 1 \text{ (kg/m}^3\text{)}$, jika tekanan air $P \text{ (N/m}^2\text{)}$, tekanan udara masuk $P_1 \text{ (N/m}^2\text{)}$ dan tekanan udara keluar $P_2 \text{ (N/m}^2\text{)}$,

Diketahui air adalah merupakan fluida cair tidak termampatkan (*incompressible*), maka gravitasi diabaikan berarti energi potensial diabaikan dan massa m disetarakan dengan massa densitas ρ , energi kinetik merupakan tekanan yang bergerak statis, maka kecepatan air adalah

$$P = \frac{1}{2} m V_w^2 \Leftrightarrow P = \frac{1}{2} m V_w^2 \Leftrightarrow V_w = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} \quad (\text{m/s})$$

Udara merupakan zat termampatkan (*compressible*), maka massa densitas ρ yang disetarakan dengan massa bervariasi terhadap tekanan udara masuk, $P_1 \text{ (N/m}^2\text{)}$ elevansi $h \text{ (m)}$ dan terhadap gaya gravitasi g maka energi potensial disetarakan dengan tekanan masuk P_1 . Energi kinetik merupakan tekanan udara $P_2 \text{ (N/m}^2\text{)}$ yang bergerak statis, maka kecepatan udara adalah,

$$P_1 = mgh \Leftrightarrow P_1 = \rho gh \Leftrightarrow \rho = \frac{P_1}{gh}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} m V_g^2 \Leftrightarrow P_2 = \frac{1}{2} \rho V_g^2 \Leftrightarrow V_g = \sqrt{\frac{2P_2 gh}{P_1}} \quad (\text{m/s})$$

Pemodelan Pada Pendingin Air

Pada pendingin air fluks panas q adalah laju kecepatan energi diantara fluida air. Panas Q_w merupakan interaksi sistem akibat beda temperatur diantara sistem. Panas jenis atau kapasitas panas merupakan jumlah panas yang diperlukan untuk mengubah temperatur dari satu satuan massa sebanyak satu derajat. Pada fluida yang mempunyai tekanan tetap, panas jenis C_{pw}

diformulasikan

$$C_{pw} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \text{atau} \quad \partial Q = m \cdot C_{pw} dW(x,t)$$

Jumlah panas yang diserap air pada suatu elemen saat waktu t , adalah

$$Q_w(x, t, \Delta x) = C_{pw} m_w W(x, t) = C_{pw} \rho A \Delta x W(x, t),$$

dengan $W(x, t)$ adalah temperatur air, dan laju perubahan dari Q_w diperoleh

$$\frac{dQ_w}{dt} = \frac{\partial (C_{pw} \rho A W \Delta x)}{\partial t} = C_{pw} \rho A \frac{\partial W}{\partial t} \Delta x$$

Proses aliran fluida pada volume atur secara kontinu sehingga mengikuti prinsip kekekalan energi yaitu energi yang ada pada sistem jumlah tidak bertambah dan berkurang, tetapi hanya berubah bentuk. Maka jumlah panas Q_w adalah nol berarti konstan dan perubahan energi $\frac{dQ_w}{dt} = 0$ (konstan), sehingga diperoleh,

$$\frac{dQ_w}{dt} = q(x, t) \cdot A - q(x + \Delta x, t) \cdot A - h w \Delta x (W - G)$$

$$\Leftrightarrow C_{pw} \rho A \frac{\partial W}{\partial t} \Delta x = -A [q(x + \Delta x, t) - q(x, t)] - \frac{h w d}{d} (W - G) \Delta x$$

Jika $\Delta x \rightarrow 0$, maka diperoleh

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V_w \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{h}{\rho C_{pw} d} (G - W) \quad (3.2.5)$$

Pemodelan Pada Pendingin Udara

Pada pendingin udara diketahui udara melepas panas, maka panas jenis atau kapasitas panas C_{pg} diformulasikan

$$C_{pg} = -\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \text{atau} \quad \partial Q = -m \cdot C_{pg} dG(x, t)$$

Jumlah panas yang dilepas udara pada suatu elemen saat waktu t , adalah

$$Q_g(x, t, \Delta x) = -C_{pg} \cdot m_g G(x, t) = -C_{pg} \cdot \rho A \Delta x \cdot G(x, t)$$

dengan $G(x,t)$ adalah temperatur udara, dan laju perubahan dari Q_g diperoleh :

$$\frac{dQ_g}{dt} = - \frac{\partial(Cp_g \rho A G \Delta x)}{\partial t} = -Cp_g \rho A \frac{\partial G}{\partial t} \Delta x$$

Prinsip Kekekalan Energi adalah,

$$\begin{aligned} \frac{dQ_g}{dt} &= [q(x, t) \cdot A - q(x + \Delta x, t) A - hw\Delta x (W-G)] \\ \Leftrightarrow -Cp_g \rho A \frac{\partial G}{\partial t} \Delta x &= -A [q(x + \Delta x, t) - q(x, t)] - \frac{hA}{d} (W - \end{aligned}$$

$G) \Delta x$

Jika $\Delta x \rightarrow 0$, maka diperoleh

$$\frac{\partial G}{\partial t} - V_g \frac{\partial G}{\partial x} = \frac{h}{\rho Cp_{g,d}} (W-G) \quad (3.3.6)$$

Metode Upwind Beda Hingga diperoleh,

$$w_j^{n+1} = (1 - \lambda_1) w_j^n + \lambda_1 w_{j-1}^n + \Delta t \frac{h_1}{\rho Cp_{wd}} (g_j^n - w_j^n), V_w > 0$$

$$g_j^{n+1} = (1 + \lambda_2) g_j^n - \lambda_2 g_{j+1}^n + \Delta t \frac{h_2}{\rho Cp_{gd}} (w_j^n - g_j^n), -V_g \leq 0$$

Diketahui data Parameter adalah,

ρ air dan udara = 1 kg/m^3 , $c_{pw} = 4187 \text{ joule/kg}^\circ\text{C}$, $c_{pg} = 1007 \text{ joule/kg}^\circ\text{C}$, $h_1 = 20 \text{ watt/m}^2\text{C}$, $h_2 = 12 \text{ watt/m}^2\text{C}$ dan $V_w = 2,4 \text{ m/dt}$, $V_g = 1,2 \text{ m/dt}$ serta $L = 4\text{m}$, lebar $w = 2\text{m}$, tinggi sekat $d = 1\text{m}$

$D = \{(x,t) / 0 \leq x \leq 4, t > 0\}$ dan $\lambda_1 = V_w \frac{\Delta t}{\Delta x}$, $\lambda_2 = -V_g \frac{\Delta t}{\Delta x}$,

maka model menjadi

$$\left. \frac{\partial w}{\partial t} \right|_{(x_j, t_n)} + 2,4 \left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{(x_j, t_n)} = (4,78) (G_j^n - w_j^n)$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial t} \right|_{(x_j, t_n)} - 1,2 \left. \frac{\partial G}{\partial x} \right|_{(x_j, t_n)} = (4,76) (w_j^n - G_j^n)$$

SA: $W(x,0) = (W_o + W_i) / 2 = 52,5^\circ\text{C}$

$G(x,0) = (G_o + G_i) / 2 = 207,5^\circ\text{C}$

SB: $W(0,t) = W_i = 38^\circ\text{C}$ $G(4,t) = G_i = 364^\circ\text{C}$
diketahui $W(4,t) = W_o = 67^\circ\text{C}$ dan $G(0,t) = G_o = 51^\circ\text{C}$
merupakan data temperatur konvergen yang diharapkan.

Metode Beda Hingga Upwind

$$w_j^{n+1} = (1 - \lambda_1)w_j^n + \lambda_1 w_{j-1}^n + \Delta t(4,78)(g_j^n - w_j^n)$$

$$g_j^{n+1} = (1 + \lambda_2)g_j^n - \lambda_2 g_{j+1}^n + \Delta t(4,76)(w_j^n - g_j^n)$$

Membuktikan syarat cukup stabilitas dipenuhi dengan stabilitas Von Neumann.

Pada $V_w \geq 0$ yaitu pada proses di dalam air muncul *decay term* yaitu $-(4,78) w_j^n$ tidak diisolasi sempurna maka panas bisa keluar dari sistem dan terdapat “*source term*” yaitu $(4,78) g_j^n$ berarti sumber panas berada di dalam ruang atur, maka pada

$$w_j^{n+1} = (1 - \lambda_1)w_j^n + \lambda_1 w_{j-1}^n + \Delta t(4,78)(g_j^n - w_j^n)$$

$$w_j^{n+1} = (1 - \lambda_1)w_j^n + \lambda_1 w_{j-1}^n - \Delta t(4,78)w_j^n + \Delta t(4,78)g_j^n$$

dalam analisis stabilitas Von Neumann, $\Delta t(4,78)g_j^n$ tidak saling bergantung dengan w berarti tidak berpengaruh pada *amplification factor* r_1 untuk Fourier diskrit $w_j^n = r_1^n e^{ij(k\Delta x)}$ maka tidak berpengaruh pada proses stabilitas metode di dalam pendingin udara, sehingga $\Delta t(4,78)g_j^n$ diabaikan, maka diperoleh $w_j^{n+1} = (1 - \lambda_1)w_j^n + \lambda_1 w_{j-1}^n - \Delta t(4,78)w_j^n$ dengan $\lambda_1 = V_w \frac{\Delta t}{\Delta x}$, diperoleh

$$r_1^{n+1} e^{ij(k\Delta x)} = (1 - \lambda_1)r_1^n e^{ij(k\Delta x)} + \lambda_1 r_1^n e^{i(j-1)(k\Delta x)} - (4,78)\Delta t e^{ij(k\Delta x)} r_1^n$$

\Leftrightarrow

$$r_1 = [1 - \lambda_1 - (4,78)\Delta t + \lambda_1 \cos(k\Delta x)] - i(\lambda_1 \sin(k\Delta x))$$

Karena r_1 merupakan bilangan kompleks maka terdapat \bar{r}_1 dan $-1 \leq \bar{r}_1 \leq 1$, diperoleh:

$$\begin{aligned}\bar{r}_1 &= [1 - \lambda_1 - 4,78\Delta t + \lambda_1 \cos(k\Delta x)] + i(\lambda_1 \sin(k\Delta x)) \\ \text{Sehingga } \frac{\bar{r}_1}{|r_1|} &= \frac{r_1}{r_1} \\ &= [1 - \lambda_1 - 4,78\Delta t + \lambda_1 \cos(k\Delta x)]^2 - [\lambda_1 \sin(k\Delta x)]^2 \\ &\Leftrightarrow - \\ &= (1 - 4,78\Delta t)^2 - 4\lambda_1(1 - 4,78\Delta t - \lambda_1) \cdot \sin^2 \frac{1}{2}(k\Delta x),\end{aligned}$$

Agar syarat $\bar{r}_1 r_1 \leq 1$ dipenuhi, maka $1 - 4,78\Delta t - \lambda_1 \geq 0 \Leftrightarrow \lambda_1 \leq (1 - 4,78\Delta t)$

diperoleh $\lambda_1 \leq 1$, stabilitas Upwind dipenuhi.

➤ Pada $-V_g \leq 0$ yaitu pada proses di dalam udara muncul *decay term* yaitu $-(4,78) w_j^n$ tidak diisolasi sempurna maka panas bisa keluar dari sistem dan terdapat “*source term*” yaitu $(4,78) g_j^n$ berarti sumber panas berada di dalam ruang atur, maka pada

$$g_j^{n+1} = (1 + \lambda_2)g_j^n - \lambda_2 g_{j+1}^n + \Delta t(4,76)(w_j^n - g_j^n)$$

$$g_j^{n+1} = (1 + \lambda_2)g_j^n - \lambda_2 g_{j+1}^n - \Delta t(4,76)g_j^n + \Delta t(4,76)w_j^n$$

dalam analisis stabilitas Von Neumann, $\Delta t(4,76)w_j^n$ tidak saling bergantung dengan g berarti tidak berpengaruh pada *amplification factor* r_1 untuk Fourier diskrit $g_j^n = r_2^n e^{ij(k\Delta x)}$ maka tidak berpengaruh pada proses stabilitas metode di dalam pendingin udara, sehingga $\Delta t(4,76)w_j^n$ diabaikan, maka diperoleh

$$g_j^{n+1} = (1 + \lambda_2)g_j^n - \lambda_2 g_{j+1}^n + \Delta t(4,76)(-g_j^n) \quad \text{dengan } \lambda_1 = V_w \frac{\Delta t}{\Delta x}, \text{ diperoleh}$$

$$\begin{aligned}r_2^{n+1} e^{ij(k\Delta x)} &= (1 + \lambda_2)r_2^n e^{ij(k\Delta x)} - \lambda_2 r_2^n e^{i(j+1)(k\Delta x)} \\ &\quad - r_2^n e^{ij(k\Delta x)}(4,76)\Delta t\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow r_2 = 1 - (4,76)\Delta t + \lambda_2 - \lambda_2 [\cos(k\Delta x) + i \sin(k\Delta x)]$$

Karena r_2 merupakan bilangan kompleks terdapat \bar{r}_2 , maka $-1 \leq \bar{r}_2 \leq 1$ diperoleh:

$$\bar{r}_2 = [1 + \lambda_2 - (4,76)\Delta t - \lambda_2 \cos(k\Delta x)] - i[\lambda_2 \sin(k\Delta x)]$$

Sehingga $|r_2| = \bar{r}_2 r_2 = [1 + \lambda_2 - (4,76)\Delta t - \lambda_2 \cos(k\Delta x)]^2 - [i \lambda_2 \sin(k\Delta x)]^2$

$$\Leftrightarrow r_2 \bar{r}_2 = (1 - 4,76\Delta t)^2 + 4\lambda_2(1 - 4,76\Delta t + \lambda_2) \cdot \sin^2\left(\frac{1}{2}k\Delta x\right)$$

Agar syarat $r_2 \bar{r}_2 \leq 1$ dipenuhi, maka $1 - 4,76\Delta t + \lambda_2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 + 4,76\Delta t \leq \lambda_2$

diperoleh $\lambda_2 \leq 1$, berarti stabilitas Upwind dipenuhi.

Membuktikan Syarat Perlu Dipenuhi Dengan Metode CFL Pada Air.

$$X_{j-1} \leq X_j - V_w \Delta t \leq X_j$$

$$\Leftrightarrow X_{j-1} - X_j \leq -V_w \Delta t \leq 0 \Leftrightarrow \Delta x \leq V_w \Delta t \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq 2,4 \frac{\Delta t}{\Delta x} \geq 0 \Leftrightarrow \lambda_1 \leq 1$$

berarti syarat perlu dipenuhi dan karena $\lambda_1 \leq 1 - 4,78 \Delta t$

$$\text{maka } \frac{V_w \Delta t}{\Delta x} \leq 1 - 4,78 \Delta t \Leftrightarrow \Delta t \leq \frac{\Delta x}{(4,78)\Delta x + V_w}$$

Membuktikan syarat perlu dipenuhi dengan metode CFL pada udara

$$x_j \leq x_j + V_g \Delta t \leq x_{j+1}$$

$$\Leftrightarrow x_j - x_j \leq V_g \Delta t \leq x_{j+1} - x_j \Leftrightarrow 0 \leq V_g \Delta t \leq \Delta x \Leftrightarrow 0 \leq (1,2) \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \Leftrightarrow \lambda_2 \leq 1$$

berarti syarat perlu dipenuhi dan karena $-1 + 4,76\Delta t \leq \lambda_2$

$$\text{maka } -1 + 4,76\Delta t \leq -\frac{V_g \Delta t}{\Delta x} \Leftrightarrow 4,76\Delta t - V_g \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \Leftrightarrow \Delta t \leq \frac{\Delta x}{(4,76)\Delta x + V_g}$$

Menentukan Δt Yang Diijinkan

Diketahui $\frac{h_1}{\rho_{cpd}} = 4,78$ untuk air, $\frac{h_2}{\rho_{cpd}} = 4,76$ untuk udara, $V_w = 2,4$ dan $V_g = 1,2$ (berbeda arah)

$$\text{sehingga } \Delta t_{\text{maks}} = \frac{\Delta x}{\text{maks} \left(\frac{h_1}{\rho C_{pd}} \Delta x + V_w, \frac{h_2}{\rho C_{pd}} \Delta x + V_g \right)} \text{ diperoleh } \Delta t_{\text{maks}} = \frac{\Delta x}{(4,78)\Delta x + (2,4)}$$

Analisa Contoh Penyelesaian Masalah Dengan Iterasi

Perpindahan panas pada *charger air cooler*

$$\frac{\partial W}{\partial t} + 2,4 \frac{\partial W}{\partial x} = (4,78)(G - W)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} - 1,2 \frac{\partial G}{\partial x} = (4,76)(W - G)$$

Diketahui $D = \{(x, t) / 0 \leq x \leq 4, t > 0\}$

dipilih $N=4$, sehingga $\Delta x = \frac{b-a}{N} = 1$, $\Delta t_{\text{maks}} = 0,139$

Jika dipilih $\Delta t = 0,05$ sekon, maka $\lambda_1 = 0,12 \leq 1$, $\lambda_2 = -0,06 \leq 1$

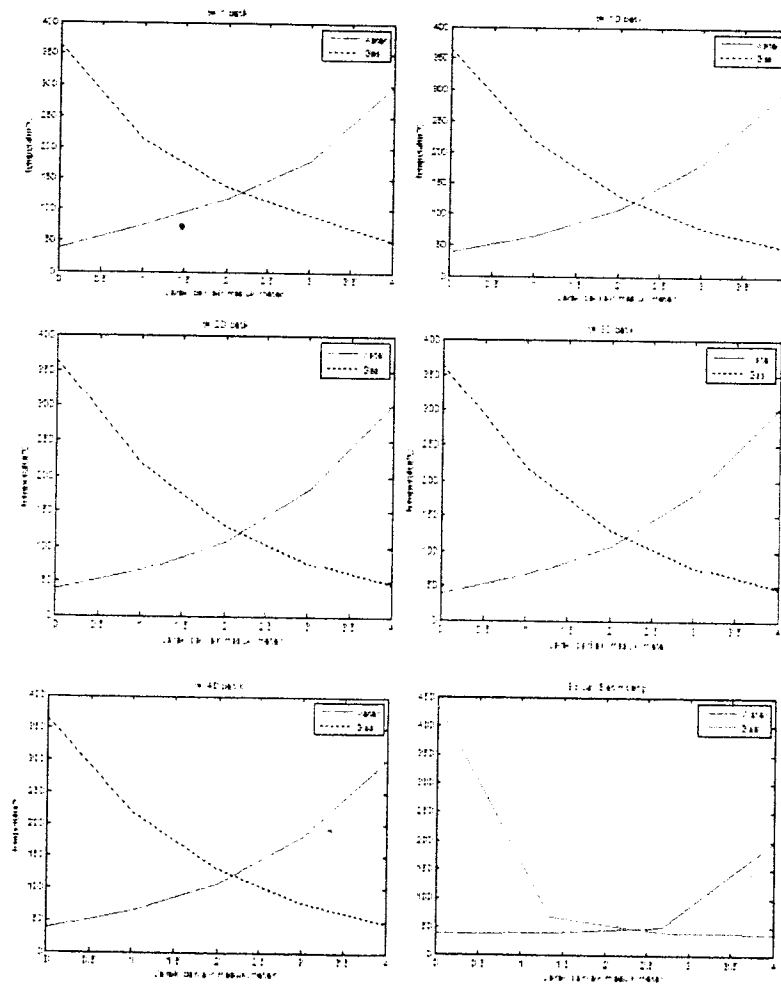
Berarti syarat perlu dan cukup dipenuhi, dan metode Upwind stabil.

Dari hasil iterasi diperoleh temperatur air keluar $W_0 = 303,05^\circ\text{C}$ pada kenyataan di lapangan $W_0 = 67^\circ\text{C}$ dan temperatur udara keluar $G_0 = 46,02^\circ\text{C}$ di lapangan $G_0 = 51^\circ\text{C}$.

Maka ditunjukkan dalam tabel $N = 4$, $\Delta t = 0,05$, $t = 1''$, $10''$, $20''$, $30''$, $40''$.

	$t = 1''$	$t = 10''$	$t = 20''$	$t = 30''$	$t = 40''$
Selisih suhu terkecil	19,2128	22,114	22,1117	22,1117	22,1117
Titik Kesetimbangan pada x	2	2	2	2	2
W_0	300,6528	303,0652	303,0568	303,0568	303,0568
G_0	49,8079	46,0262	46,0227	46,0227	46,0227

Kurva temperatur diperoleh seperti kurva berikut

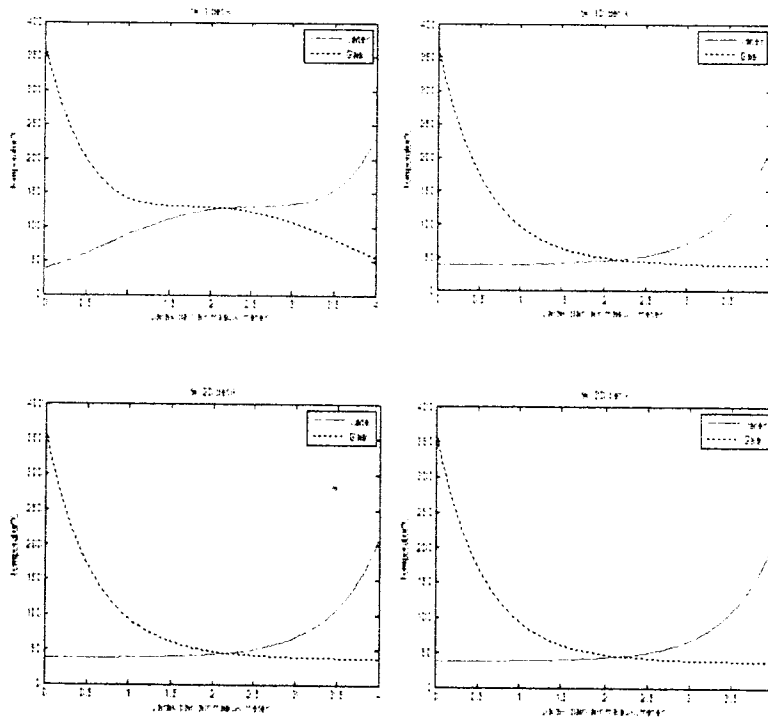


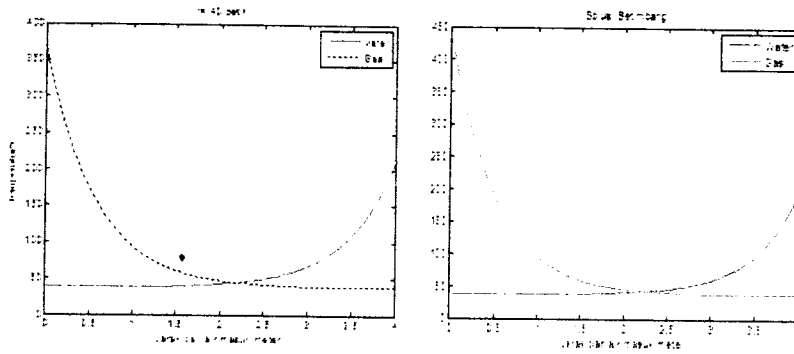
Gambar 3.5. Kurva temperatur air (biru tebal) dan udara (hitam titik-titik) pada *Charger air cooler*
 $N = 4$ $\Delta t = 0,05$ $\Delta t \text{ maks} = 0,13$
 W_i pada $x = 0$ G_i pada $x = 4$

Tabel N = 100, $\Delta t = 0,01$, $t = 1'', 10'', 20'', 30'', 40''$.

	$t = 1''$	$t = 10''$	$t = 20''$	$t = 30''$	$t = 40''$
Selisih suhu terkecil	0,1834	0,4885	0,3761	0,3743	0,3743
Titik Kesetimbangan pada x	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16
W_0	234,6109	216,055	213,63	213,593	213,592
G_0	55,0636	38,2614	38,131	38,129	38,128

Kurva temperatur jika dipilih $N=100$ dan $\Delta t=0,01$





Gambar 3.6. Kurva temperatur air (biru tebal) dan udara (hitam titik-titik) pada *Charger air cooler*

$N = 100 \quad \Delta t = 0,01 \quad \Delta t \text{ maks} = 0,015$

$W_i \text{ pada } x = 0 \quad G_i \text{ pada } x = 4$

Berarti dapat dikatakan bahwa peran sirip melepas panas dalam menurunkan temperatur secara natural alami yaitu dengan proses konduksi konveksi cukup besar kisaran 70%, titik kesetimbangan merupakan selisih terkecil kurva air dan udara, diperoleh pada $N = 4$, $\Delta t = 0,05$ dengan titik kesetimbangan pada $x = 2$ dengan temperatur $22,11^\circ\text{C}$ dan $N = 100$ $\Delta t = 0,01$ pada $x = 2,16$ temperatur $0,37^\circ$.

Dengan demikian membuktikan bahwa *charger air cooler* tersebut masih layak operasi dan memenuhi syarat.

Hal ini terbukti bahwa alat pendingin udara masih layak operasi dan memenuhi syarat karena temperatur udara keluar $G_0 = 51^\circ\text{C} \leq 60^\circ\text{C}$ yang dipertahankan konstan.

D. KESIMPULAN

Metode Upwind beda hingga dari Persamaan Differensial Parsial Adveksi/Konveksi diterapkan untuk dapat menyelesaikan permasalahan perubahan temperatur air dan udara pada alat pendingin udara (*Charger air cooler*) dari pembangkit tenaga diesel.

Perubahan temperatur pada dua fluida yaitu air dan udara yang berbeda arah memenuhi stabilitas metode Upwind beda hingga dan iterasi mencapai konvergen. Dalam hal kebutuhan udara dipertahankan konstan lebih kecil dari 60°C yang dicapai oleh pertukaran panas yang berlangsung secara menyeluruh dan homogen, di dalam proses tersebut terjadi pula penurunan temperatur air dan udara bersama-sama secara natural alami. Oleh peran sirip yang terdapat di dalam alat pendingin udara akan berbenturan dengan udara dan karena gaya aerodinamika menimbulkan aliran berputar yang berakibat mendinginkan udara dan air secara serentak.

Jika diambil partisi $N = 4$ dan $\Delta t = 0,05$, $t = 1'', 10'', 30'', 40''$ maka proses iterasi menghasilkan temperatur untuk udara keluar 46,02°C dan mencapai konvergen ke temperatur 51°C. Sedang untuk temperatur air keluar pada posisi 303,05°C yang mencapai konvergen pada 67°C.

Jika diambil $N = 100$ dengan $\Delta t = 0,01$, $t = 1'', 10'', 20'', 30'', 40''$ hasil iterasi temperatur udara pada posisi 38,26°C dan temperatur air pada posisi 213,63°C, maka diperoleh anggapan bahwa penurunan temperatur air oleh peran sirip pada kisaran 70%, sedang pada temperatur udara naik kisaran 3,5% yang terjadi pada $N=4$ maupun $N=100$. Titik Keseimbangan untuk $N = 4$ diperoleh

pada $x = 2$ dengan temperatur $22,11^{\circ}\text{C}$ dan untuk $N = 100$ pada $N = 100$ pada $x = 2,16$ dengan temperatur $0,37^{\circ}\text{C}$.

Hal ini menunjukkan bahwa terdapat ketidakcocokan dari metode Upwind beda hingga (*Upwind differencing*) pada persamaan Adveksi/konveksi jika diterapkan pada penyelesaian permasalahan perpindahan temperatur pada alat pendingin udara (*Charger air cooler*), meskipun tetap dapat disimpulkan bahwa alat pendingin udara tersebut masih layak dioperasikan karena terbukti temperatur udara keluar konvergen ke 51°C yang memenuhi kebutuhan temperatur udara untuk pembakaran sebesar $\leq 60^{\circ}\text{C}$.

DAFTAR PUSTAKA

- Achmad S, 1984, *Dasar - dasar Termodinamika Teknik*, Penerbit M2S, Bandung.
- Ani MW, Koichi T, *Motor Diesel Putaran Tinggi*, PT Pradnya Paramita, Jakarta.
- Aris MW, 1977, *Penggerak Mula Motor Bakar Torak*, Penerbit ITB, Bandung.
- Atkinson K, 1993, *Elementary Numerical Analysis*, Second edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Brian B, 2006, *a Friendly Introduction to Numerical Analysis*, Pearson Prestice Hill, United State of Amerika.
- Cengel YA dan Boles M, 1992, *Thermodinamics and Engineering*

Approach, Mc Graw-Hill Inc, New York.

Harijono D, 1985, *Dasar - dasar Termodinamika Teknik*, PT Gramedia, Jakarta.

Holman JP, 1991, *Perpindahan Kalor*, edisi Keenam, Penerbit Erlangga, Jakarta.

Humi M, 1991, *Boundary Value Problem and Portial Differential Equations*, PWS-KENT Publishing Company, Boston.

Kenneth K, 1986, *Principle of Combustion*, John Wiley & Sons, New York.

Kreyszig E, 1993, *Matematika Teknik Lanjutan*, Edisi Keenam, PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

MAN B & W, 1991, *Planning of Diesel Power Stations Chapter 1 to 19, Rules on Starting up Power Station Plant with Diesel Engine and Putting It into Operation*, Augsburg 1, D 8900, Jerman.

Patankar SV, 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw-Hill, New York Company.

Rahardjo T, 2000, *Penggerak Mula*, CV Citra Media, Surabaya.

Ross SL, 1984, *Differential Equation*, Edisi ketiga, John Wiley & Sons, New York.

Stewart J., 1999, *Kalkulus*, Edisi ke empat, Penerbit Erlangga, Jakarta.